

# Traitement d'un signal. Étude spectrale

Slim

21 mars 2025

## 1 Introduction (Marchetti)

Que ce soit pour recevoir la radio, la télévision ou internet, la transmission d'un signal est un phénomène omniprésent dans la vie de tous les jours. Dans la pratique les signaux physiques observés sont la superposition d'un grand nombre de signaux harmoniques de fréquences différentes. Par exemple, le son émis par un instrument de musique résulte d'une superposition de sons harmoniques dont les fréquences sont liées aux résonances acoustiques du système et à la manière dont on met ce système en vibration. Puis, les différentes composantes ne s'amortissant pas sur les mêmes échelles de temps, la composition du son s'appauvrit pour finir quasiment comme un son harmonique pur. C'est cette richesse d'harmoniques qui procure des sonorités bien différentes au piano et au clavecin alors que les deux instruments sont quasiment identiques et que seule la manière d'attaquer la corde diffère (frappée pour le piano et pincée pour le clavecin). La restitution du son par une chaîne à haute fidélité nécessite, pour des raisons mécaniques, la séparation du signal en plusieurs parties que l'on envoie sur les différents haut-parleurs en fonction de leur fréquence. Le principe physique du transport de l'information par les ondes électromagnétiques et la modulation de fréquence est un autre exemple de l'intérêt de savoir mélanger et filtrer des signaux non sinusoïdaux. Il est ainsi primordial de savoir analyser la richesse d'une grandeur périodique, non seulement car les signaux naturels sont rarement sinusoïdaux, mais encore en tant que physicien lors du traitement ou de la synthèse de ce même signal.

## 2 Prérequis

- ALI
- Système linéaire
- Fonction de transfert
- Notions d'électrocinétiques

## 3 Déroulement de la leçon

- Série de Fourier et transformée de Fourier. La série de Fourier s'applique sur des signaux périodique et la transformée de Fourier généralise sur tout signal de carré sommable.
- Le spectre d'un signal représente les poids des fréquences présentes dans le signal. On présente sur les slides les résultats pour des signaux standards.
- Le théorème de Parseval identifie les poids à la puissance transportée par la fréquence
- Un filtre est un quadripôle. Il est de plusieurs ordre suivant la dérivée du signal prise en compte. Le filtre est linéaire s'il n'introduit pas de nouvelles fréquence. Le comportement du filtre est décrit par sa fonction de transfert complexe.
- La fonction de transfert peut se représenter dans un diagramme de Bode ; Gain vs fréquence et déphasage vs fréquence
- Présentation (slide) des filtres passe-bas, passe-haut et passe-bande ; diagramme de Bode et schéma électronique équivalent.
- La multiplication de 2 signaux et un filtre non linéaire. On peut l'utiliser pour moduler et démoduler un signal afin de le transmettre en s'affranchissant des bruits.
  - Expérience : détection synchrone

## 4 Développements mathématiques

Transformée de Fourier et série de Fourier

Modulation et démodulation synchrone

On fait ici une modulation à porteuse supprimée. On a la connaissance de la fréquence de la porteuse pour démoduler.

On peut multiplier avec un offset pour avoir conservation de la porteuse dans le signal multiplié. On utilise ensuite un détecteur de crête pour retrouver la porteuse.

## 5 Manipe

Modulation d'amplitude et détection synchrone

[ELearning Physique, détection Synchrone avec expérience](#)

Matériel

- GBF
- 2 multiplicateur
- oscilloscope
- boîte à résistance
- boîte à condensateur

## 6 Commentaires

Intro, c'est quoi un signal ; caractéristiques, valeur moyenne, valeur efficace, période, numérique, analogique.

Traitement du signal (pas transmission). récupérer un signal dans le bruit Faire une opération dessus.

Pré-requis : série de Fourier Transformée de Fourier : passage de la porte au Dirac. Le sinc s'élargit quand tau diminue. Un détail de tau donne  $1/\tau$  dans le spectre.

On retrouve un principe d'indétermination entre le temps et les fréquences.

Distinguer les opérations linéaires et non-linéaires Filtres linéaires : passe-haut, passe-bas et passe bande.

Opération non-linéaire, modulation d'amplitude

Faire le sommaire et les objectifs en slide

Choisir la partie filtre analogique ou développer la partie numérique

## 7 Questions

- Que se passe-t-il quand on met 2 filtres linéaires à la suite ? Peut-on obtenir un diagramme de Bode à partir de celui des 2 filtres ? Les 2 filtres s'ajoutent. Si on ajoute 2 filtres passe-bas, la fonction de transfert est le produit des 2. L'intérêt de ces diagrammes sur amplitudes est qu'ils s'additionnent, d'où l'intérêt de tracer ces diagrammes.
- Redressement simple alternance et bi-alternance est dû à une modification de phase uniquement (on ne touche pas à l'amplitude). [Voir ici](#).
- Quel est l'intérêt de la modulation d'amplitude ? Pouvoir transporter un signal basse fréquence (voix) et le transporter sur de longues distances : exemple de la radio, en se servant d'une porteuse. Avantages et inconvénients de la modulation d'amplitude : [Lien détaillé](#).
- Peut-on faire de la modulation dans une pièce, pour que seule la voix d'un interlocuteur soit entendue ? Cela pose des problèmes d'encombrement de bande. Un signal consiste à extraire une information d'un signal physique en supposant a priori que la fréquence d'intérêt est connue.
- Citez des filtres non linéaires et linéaires. [Lien sur les filtres linéaires](#). [Lien sur les filtres non linéaires](#).
- Comment réalise-t-on un multiplieur ou un sommateur ? On peut utiliser un amplificateur opérationnel (AOP). [Lien sur les multiplieurs et sommateurs](#).
- Quel composant a une caractéristique courant-tension ? La diode (caractéristique exponentielle).

- Comment varient les coefficients des différentes harmoniques en fonction du signal, s'il est continu ou discontinu? Si le signal est discontinu, les coefficients s'atténuent en  $1/n$ , tandis que s'il est continu, les coefficients s'atténuent en  $1/n^2$ . [Lien explicatif](#).
- Qu'est-ce que le repliement de spectre? Lorsqu'on ne respecte pas le critère de Shannon. [Détails sur le critère de Shannon](#).
- À quoi sert un spectre? Il permet d'obtenir les caractéristiques de la réponse d'un système linéaire en utilisant une fonction de transfert.
- Pourquoi cherche-t-on souvent à éliminer du 50 Hz? Il s'agit de la composante secteur EDF.
- Quelle est la différence entre la Transformée de Fourier (TF), la Transformée de Fourier Rapide (FFT) et la Décomposition en Série de Fourier (DSF)?
  - DSF : utilisée pour les signaux périodiques.
  - TF : utilisée pour les signaux non périodiques.
  - FFT : méthode de calcul rapide de la TF discrète.
- Pourquoi la FFT est-elle « rapide »? Elle utilise un algorithme optimisé pour réduire le nombre d'opérations.
- Qu'est-ce que le théorème de Shannon? La fréquence d'échantillonnage doit être au moins 2 fois supérieure à la fréquence maximale du signal.
- Pourquoi la bande-passante est-elle définie à -3 dB? Cela correspond à la moitié de la puissance maximale ( $P_{max}/2$ ).
- Quelle est la taille d'une antenne nécessaire sans modulation? Une haute fréquence nécessite environ 3 m, tandis qu'une basse fréquence (ex. 10 Hz) nécessite environ 15 km.
- Quelles sont les conditions sur un filtre RC pour la démodulation synchrone? La fréquence de coupure  $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$  doit être supérieure à la fréquence du signal à récupérer, mais inférieure aux autres fréquences parasites.

## 8 Biblio

[leçon Gereau](#)  
[leçon Goerlinger](#)  
[leçon Gereau](#)

## 9 Bonus

Type de modulation	Modulation d'amplitude	Modulation en fréquence
Fréquence de la porteuse	150 kHz – 26.1 MHz	87.5 MHz – 108 MHz
Fréquence maximale du signal utile	4.5 kHz	15 kHz
Intervalle entre deux canaux	10 kHz	200 kHz
Avantages	longue portée, signal facile à fabriquer et recevoir	meilleure bande passante et donc qualité sonore, beaucoup moins sensible aux parasites

Téléphonie mobile : deux bandes à 800 – 900 et 1700 – 1900 MHz, modulation en fréquence (et bientôt 3500 MHz avec la 5G)

Télévision numérique terrestre : 474 – 786 MHz répartis en 60 canaux de 8 MHz

Télévision satellite : environ 10 GHz

Internet par fibre optique : environ  $2 \times 10^{14}$  Hz

Les longueurs d'onde FM sont de l'ordre de 3m, les AM vont jusqu'à 500m  
 Un codage sur 8 bits permet 255 valeurs discrètes. Donner un exemple d'un somation en binaire.

### Représentations binaire et décimale

Donnons quelques exemples de représentation en base 2. Pour un codage sur  $N = 8$  bits, les nombres suivants s'écrivent :

- $1 = 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \Rightarrow 00000001$
- $42 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \Rightarrow 00101010$
- $128 = 1 \times 2^7 + 0 \Rightarrow 10000000$
- $255 = 255 = 1 \times 2^8 - 1 = \sum_{k=0}^7 2^k \Rightarrow 11111111$

Échantillonnage à  $T_e = 1/f_e$

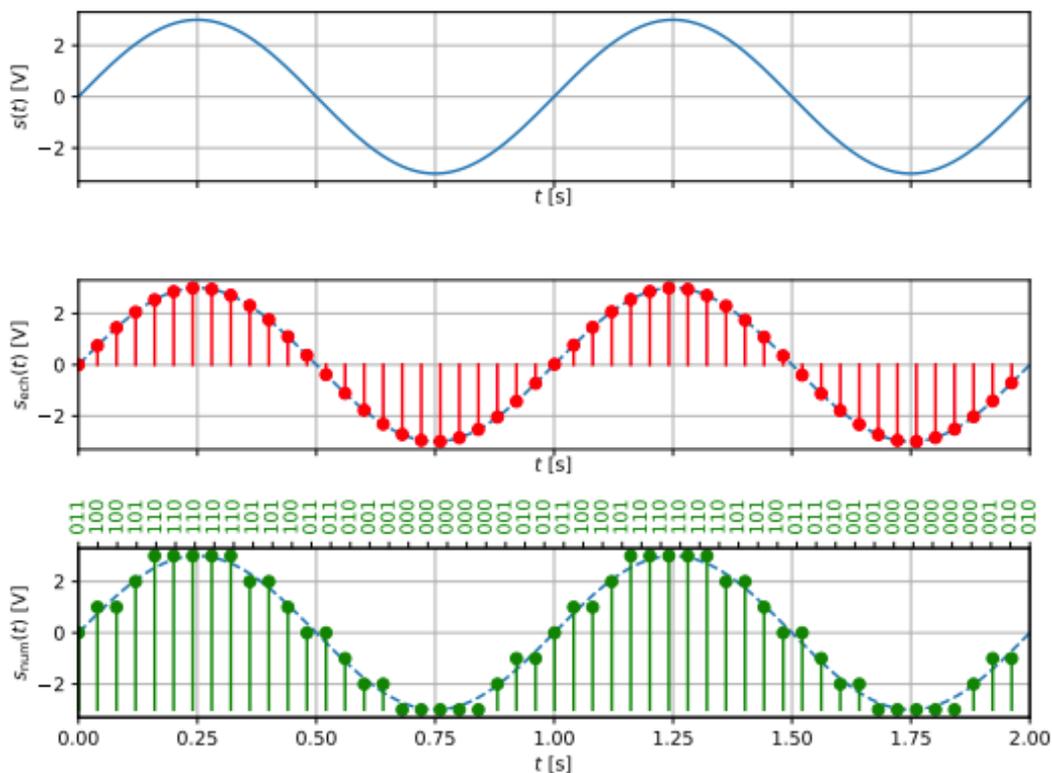


FIGURE 75 – Échantillonnage numérique d'un signal  $s(t)$  sur 8 niveaux : le signal peut être représenté par une suite de 0 et de 1.

$$s_{ech}(t) = \sum s_k \delta(t - kT_e), \text{ c'est la valeur max à numériser}$$

Résolution numérique  $\Delta = \frac{c}{2^N}$

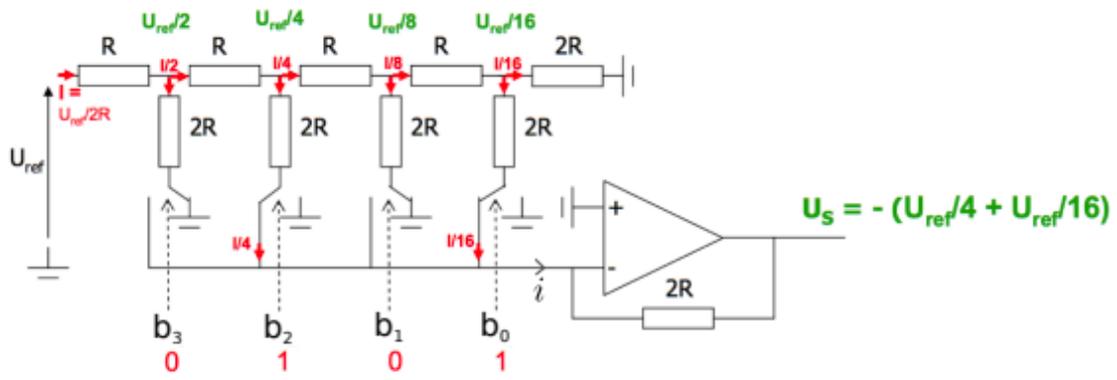


FIGURE 80 – Convertisseur numérique-analogique  $N = 4$  bits à réseau  $R - 2R$ .