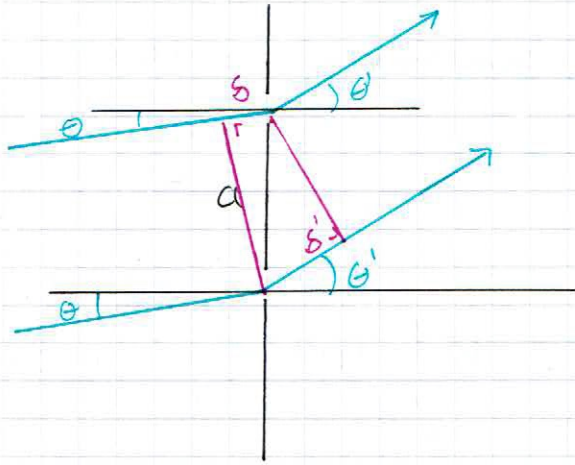


20 Diffraction par des structures périodiques

Réseau

Un réseau est une lame élémentaire de structure périodique



a : pas du réseau
fente ~~très~~ fine

Entre deux faisceaux successifs, on a une différence de marche $S' - S$

On a une interférence constructive si

$$S' - S = p\lambda \quad p \in \mathbb{Z}$$

donc $a \sin(\theta') - a \sin(\theta) = p\lambda$

$$\Rightarrow \sin(\theta') = \sin\theta + \frac{p\lambda}{a}$$

En incidence normale

$$\boxed{\sin(\theta') = \frac{p\lambda}{a}} \quad (\text{Bragg})$$

C'est la formule fondamentale des réseaux par transmission : interférence à N onde

On note que $\frac{p\lambda}{a} \leq 1 \Rightarrow$ ordre limité
 $p_{\max} = \frac{a}{\lambda}$

$\Rightarrow$ illustration ; manip

On observe que la tache centrale est plus brillante...

Diffraction.

Dans l'approximation de Fraunhofer

$$\frac{a^2}{\lambda d} \ll 1$$

on a vu que pour une onde plane, la figure de diffraction est le module au carré de la TF de la fct de transmission $t(x, y)$



$$U(\vec{k}) = \kappa \text{TF}(t(\vec{r})) = \kappa \iint_S t(\vec{r}) e^{-i(\vec{k}-\vec{k}_0) \cdot \vec{r}} dx dy$$

Si on définit $t(x, y)$, on résout le problème

Pour un réseau : $t(\vec{r}) = \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{R}_i) * t_{\text{motif}}$ (convolution)

$$\begin{aligned} \Rightarrow U &= \kappa \text{TF} \left(\sum_i \delta(\vec{r} - \vec{R}_i) * t_{\text{motif}} \right) \\ &= \kappa \underbrace{\text{TF} \left(\sum_i \delta(\vec{r} - \vec{R}_i) \right)}_{\text{facteur de structure}} \cdot \underbrace{\text{TF}(t_{\text{motif}})}_{\text{facteur de forme}} \end{aligned}$$

Pour un réseau

facteur de structure : $e^{i\Delta\varphi \frac{N+1}{2}} \frac{\sin(\frac{\Delta\varphi N}{2})}{\sin(\frac{\Delta\varphi}{2})}$

facteur de forme : $F(\theta) = \text{sinc} \left[\frac{2\pi}{\lambda} e \sin\theta \right]$

On trouve donc l'intensité I

$$I = U U^* = I_0 | \text{TF}(t_{\text{motif}}) |^2 \cdot \left[\frac{\sin(\Delta\varphi N/2)}{\sin(\Delta\varphi/2)} \right]^2$$

- 1) On retrouve la périodicité, voir slide
- 2) La figure de diffraction du motif (sinc)

Spectromètre à réseau

On peut utiliser un réseau en transmission ou réflexion ; surface miroir avec zones obscurcies.

On construit un spectromètre sur la base du réseau (voir slide). On image la fente sur le réseau puis le réseau sur le capteur.

On définit le pouvoir de séparation $D = \frac{d\theta'}{d\lambda}$

comme $\sin \theta' = \frac{P\lambda}{a}$ (Bragg), on obtient

$$\Rightarrow \cos \theta' d\theta' = \frac{P}{a} d\lambda \Rightarrow \underline{D = \frac{P}{a \cos \theta'}}$$

avec petits angles $D \approx \frac{P}{a} = \text{cst}$
c'est la déviation est proportionnelle à λ : spectre normal

$D \nearrow$ si $P \nearrow$ ou $a \searrow$

On définit le pouvoir de résolution d'après le critère de Rayleigh

$$\underline{PR = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Np}$$

$\Delta\lambda$ est le plus petit écart

(démonstration possible, voir Rossetti)

Si on a partir de la slide, on montre que pour $N=5$, on a 5 interférences entre 2 max

$$\Rightarrow \text{distance entre max et 1^{er} min} : \Delta\varphi = \frac{2\pi}{N}$$

$$\Rightarrow \text{première annulation } \varphi = 2\pi P + \frac{2\pi}{N} \text{ par l'ordre } P$$

En différenciant logarithmiquement Bragg $\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{\delta\varphi}{\varphi}$

$$\Rightarrow PR = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\varphi}{4\varphi} = \frac{2\pi p}{\frac{2\pi}{N}} = Np$$

Soit n : nbre trait par unité de largeur
et L : Longueur éclairée

$$\Rightarrow \underline{PR = p \cdot \frac{L}{\lambda}}$$

Doublet Hg 577 nm 579,1 nm $\Rightarrow \Delta\lambda = 2,1 \text{ nm}$

Doublet Na 589 nm 589,6 nm $\Rightarrow \Delta\lambda = 0,6 \text{ nm}$

Avec un réseau de 600 trait/mm et
un écran de 1 cm $\Rightarrow PR = \frac{10^{-2}}{1000} \cdot 600 = 6000$

et $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{6000}$ $\Rightarrow$ pour Na $\Delta\lambda \approx \frac{589}{6000} \approx 0,1 \text{ nm}$
pour Hg $\Delta\lambda \approx \frac{578}{6000} \approx 0,1 \text{ nm} \checkmark$

i) On sera 2x mieux à l'ordre 2

ii) Les ordres supérieurs ont un recouvrement

iii) La magnitude de la première raie à l'ordre 0
ce qui est inutile

Réseau blazé

Les ordres supérieurs ont moins de luminosité
à cause de $P \propto |TF(\sin \theta)|^2$ ($P \propto \sin^2$)

Le réseau blazé est un réseau de phase. On
introduit un gradient de déphasage sur chaque
maille.

comme $TF(f(x) e^{ik_0 x})(k) = TF(f)(k - k_0)$
un gradient donne une translation

Diffraction cristalline

5

A présent nous connaissons la source et cherchons à connaître le réseau diffractant.

Taille cristallin $\sim 1 \text{ \AA}$ $\rightarrow \lambda < 1 \text{ \AA} \Rightarrow X$

Si λ est trop petit, on sonde le nuage.

On les obtient avec un synchrotron en sélectionnant les e^- dans du métal. Le rayonnement du Bremsstrahlung est en X.

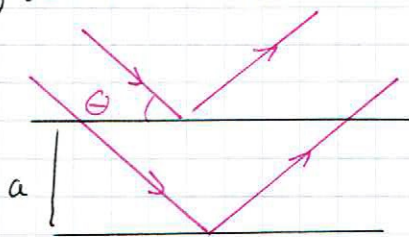
Réseau de Bravais

Le motif répété d'une structure cristalline forme le réseau de Bravais.

On peut caractériser des plans réticulaires (stlv)

Loi de Bragg

Bragg suppose en 1913 que la lumière se réfléchit sur les plans réticulaires.



$$\text{on a } \delta = 2a \sin \theta$$

et une forme constructive si

$$\underline{2a \sin \theta = n\lambda}$$

Ses pics de diffraction permettent de connaître les vecteurs du réseau réciproque et de remonter aux vecteurs du réseau.

Réseau réciproque : espace des fréquences spatiales