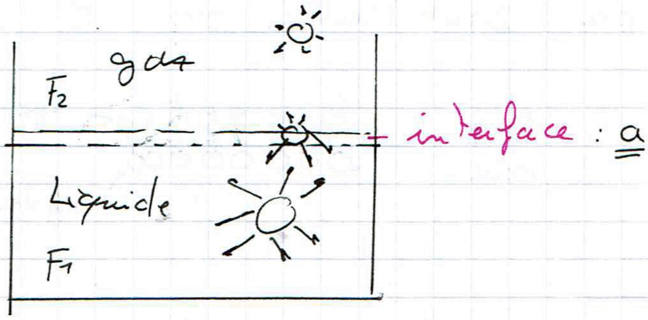
# LP05 Phénomène interfaciaux impliquant des fluides

Chaque molécule dans $F_1$ possède une énergie d'interaction $\varepsilon_1 < 0$




$\Rightarrow$ courte portée
- Van der Waals
- ionique
- hydrogène
- métallique

Dans l'interface d'ordre de grandeur de la molécule, $a$ ; l'énergie d'interaction est $\varepsilon_{12}$ tq $|\varepsilon_{12}|$ comprise entre $|\varepsilon_1|$ et $|\varepsilon_2|$

Soit $N$ le nb de particules du fluide, l'énergie de $F_1$ est
$$E_1 = (N - N_s)\,\varepsilon_1 + N_s\,\varepsilon_{12}$$
$$= N\varepsilon_1 + N_s(\varepsilon_{12} - \varepsilon_1)$$
$$= N\varepsilon_1 + E_s$$

$E_s = N_s(\varepsilon_{12} - \varepsilon_1)$ est l'énergie de l'interface

comme $N_s \propto S$ : surface, on a $N_s \simeq \dfrac{S}{a^2}$

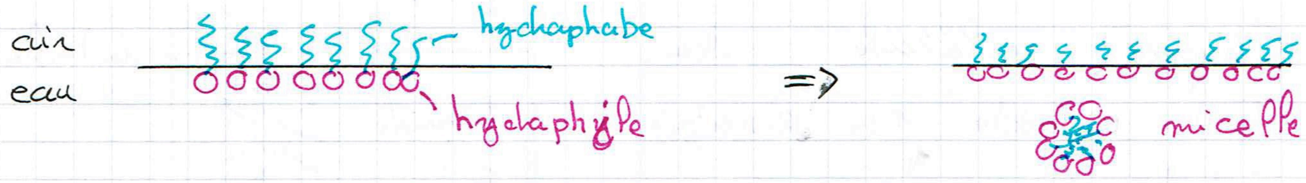
$\Rightarrow$ $E_s = \gamma S$ avec $\gamma \sim \dfrac{\varepsilon_{12} - \varepsilon_1}{a^2}$

$\gamma$ : tension superficielle $J/m^2$

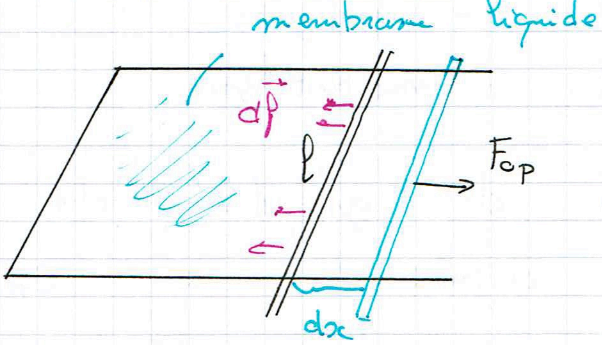
$\Rightarrow$ si $S \nearrow$, $E_s \nearrow$ : Surface minimum ; la sphère

$\Rightarrow$ coalescence : grosse bulle nécessite moins d'énergie que petite bulle

Les tensioactif réduisent la tension superficielle par stabilisation de la surface ; réduction de l'énergie




L'exemple de la vidéo nous permet de déduire qu'il existe des forces uniformes de capillarité.




On déplace la barre de façon quasi-statique avec $F_{op}$

Le théorème de l'énergie cinétique donne

$$dE_c = 0 = \delta W = F_{op} \cdot dx + \delta W_s$$

avec $\delta W_s$ : travail des forces capillaires qui dérivent d'un potentiel $E_s$

$$\Rightarrow \quad \delta W_s = -dE_s = -2\gamma \ell \, dx$$

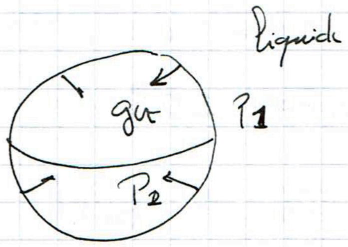
$$\Rightarrow \quad F_{op} = 2\gamma\ell = - \text{résultante des forces capillaires}$$

( ⚠ $2\gamma$ car 2 interfaces liquide-gaz )

C'est comme si l'on a une membrane tendue avec des forces capillaires sur le contour $C$ tq $d\vec{f} = \gamma \, d\ell \, \vec{n}$ et $\gamma$ est en $N/m$

# Théorème de Laplace

Si on considère une bulle de gaz dans un liquide




Les forces exercées sur le contour sont orientées vers l'intérieur ; on a $\underline{\underline{\Delta P}}$

$$P_1 > P_2$$

Comme précédement, si on fait une transformation quasi-statique pour augmenter la bulle

$$dE_c = 0 = \delta W_{ext} + \delta W_{int}$$

avec $\delta W_{ext} = - P_{ext}\, dV + P_{int}\, dV = \Delta P\, dV$

et $\delta W_{int} = - \gamma\, dS$ : force ~~de~~ capillaires

Comme $S = 4\pi r^2 \longrightarrow \dfrac{dS}{dr} = 8\pi r$

$$\Rightarrow dS = 8\pi r\, dr$$

$$\Rightarrow \delta W_{int} = - \gamma\, 8\pi r\, dr$$

et $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \dfrac{dV}{dr} = 4\pi r^2$ et $dV = 4\pi r^2\, dr$

$$\Rightarrow \delta W_{ext} = \Delta P\, 4\pi r^2\, dr$$

On a donc $4\pi r^2 \Delta P\, dr - 8\pi\gamma r\, dr = 0$

$$\Rightarrow \Delta P = P_{int} - P_{ext} = \frac{2\gamma}{R}$$

## Plus généralement

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \gamma\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

avec $R_1 > 0$ si ~~$\frac{1}{R_1}$~~ le rayon de courbure est du côté 1

Pour une bulle de savon : $R_1 = R_2$

et il y a 2 interfaces liquide - gaz

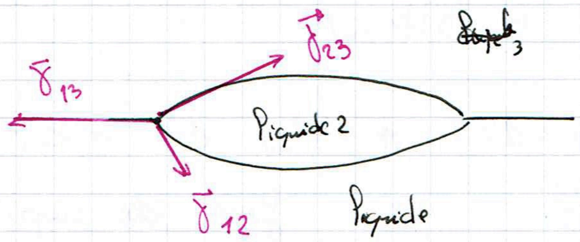
$$\Rightarrow \quad \Delta P = \frac{4\gamma}{R}$$

ordre de grandeur ; bulle de savon de $R = 1\,cm$

avec $\gamma \simeq 25 \cdot 10^{-3}$ N/m $\rightarrow$ $\Delta P = 10\,Pa$

Soit $C = \frac{1}{R}$, la courbure. Plus la bulle est petite ; courbe, plus $\Delta P$ est grand.

## Contact à 3 fluides.




résultante des forces capillaires : $\vec{\gamma}_{12} + \vec{\gamma}_{23} + \vec{\gamma}_{13} = 0$

~~Si~~ – Chaque tension est inférieure à la somme des 2 autres

Sinon : mouillage totale

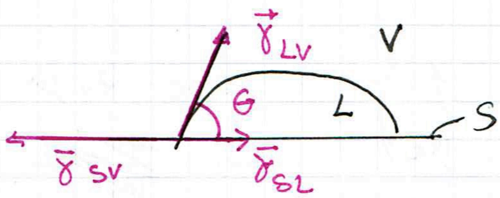
Ex huile d'olive sur de l'eau : $\gamma_{eau-air} = 73$ mN/m

$\gamma_{huile-eau} = 18$ mN/m

$\gamma_{huile-air} = 32$ mN/m

$\Rightarrow$ $73 > 32 + 18$ $\Rightarrow$ mouillage totale

## Equilibre au contact d'un solide




$\gamma_{SL} + \gamma_{LV}\cos\theta - \gamma_{SV}$

$\theta$ : angle de contact (Young 1805)

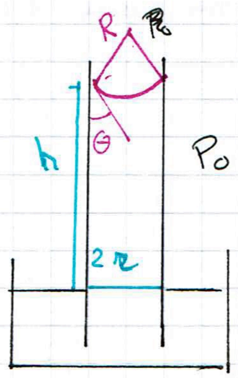
$\theta > \frac{\pi}{2}$ : liquide non mouillant 

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ : mouillage partiel 

$\theta = 0$ : mouillage complet

⚠ La composante $\perp$ ne se compense pas $\Rightarrow$ déformation

## Ascension capillaire




Loi de Jurin : $h = \frac{cst}{r}$

On suppose que le ménisque est sphérique de rayon R

$\Rightarrow$ Laplace donne $\Delta P = \frac{2\gamma}{R}$

comme $\Delta P = P_0 - P_h$ et $R = \frac{r}{\cos\theta}$

$$\Rightarrow P_h = P_0 - \Delta P = P_0 - \frac{2\gamma\cos\theta}{r}$$

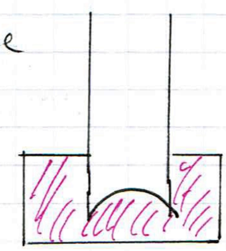
comme $P_h = P_0 - \rho g h$

$$\Rightarrow \rho g h = \frac{2\gamma\cos\theta}{r}$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{r} \cdot \frac{2\gamma\cos\theta}{\rho g}$$

Si $\theta < \frac{\pi}{2}$ ; ascension capillaire, le liqu. mouill.

Pour un liquide non mouillant $\theta > \pi/2$, on a une descente capillaire, cf mercure dans du verre.



Approximation de la loi de Jurin :

ménisque ~~uniforme~~ sphérique, ie pression uniforme

c'est vrai si l'élévation du ménisque
est négligeable devant h.

$$\Rightarrow \quad r \leq \frac{\cos\theta}{\sqrt{1-\sin\theta}} \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$$

pour $\theta$ petit

$$r \leq \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}} \simeq 2,7\ \text{mm pour l'eau}$$