

Effet Tunnel

Plan de la présentation

Prérequis

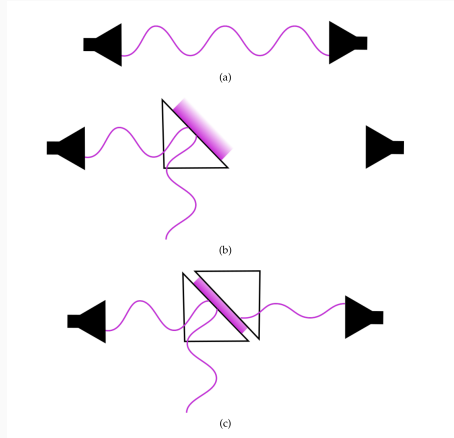
- Équation de Schrödinger stationnaire
- Densité de probabilité, densité de courant de probabilité
- Ondes évanescents
- Radioactivité
- Confinement d'une particule quantique

Sommaire

- Introduction: nature ondulatoire de l'effet tunnel
- Modélisation effet tunnel
- Applications:
 - Microscope à effet tunnel
 - Radioactivité α

Nature ondulation de l'effet tunnel

Effet tunnel avec des ondes centimétrique



Quelques ordres de grandeur

Coefficient de transmission et distance caractéristique de pénétration (inverse module vecteur d'onde):

$$T \propto \exp(-2a/\delta) \quad \text{avec} \quad \delta = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(V_0 - E)}}$$

Particule	m (kg)	V_0 (eV)	a (nm)	δ (nm)	T
Électron	10^{-30}	4	0,3	0,1	10^{-2}
Électron	10^{-30}	40	0,3	4×10^{-2}	10^{-6}
Électron	10^{-30}	4	3	0,1	10^{-20}
Proton	10^{-27}	4	0,3	4×10^{-3}	10^{-63}
Proton	10^{-27}	4	3	2×10^{-3}	10^{-628}

Microscope à effet tunnel

Binnig et Röhner durant les années 1980-1985 (prix Nobel en 1986).

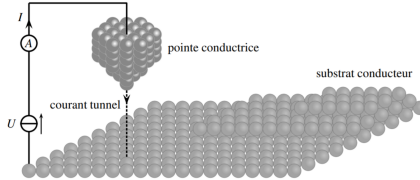
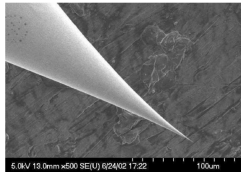


FIGURE 4 – Présentation du dispositif



Modes d'utilisation

Le coefficient de transmission est bien approxime par:

$$T \approx C(U) \frac{16 E W}{(E + W)^2} \exp(-2ka) \quad \text{avec} \quad k = \sqrt{\frac{2mW}{\hbar^2}}$$

Deux modes d'utilisation

1. **Topographie** : On fixe U constant, et on maintient l constant en bougeant a . On peut ainsi mesurer les variations de hauteur du substrat.
2. **Spectroscopie** : Fixer la position de la pointe et faire varier U afin d'extraire des propriétés physiques du substrat (comme le travail d'extraction W). Cela donne la nature chimique locale du substrat.

Résolution

- Résolution transversale:
- Résolution longitudinale (topographique)

Résolution

Modèle de Tersoff et D.R. Hamann de la jonction tunnel pointe-plan.

- Résolution transversale:
- Résolution longitudinale (topographique)

Résolution

Modèle de Tersoff et D.R. Hamann de la jonction tunnel pointe-plan.

- Résolution transversale:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{a \ln(2)}{k(W)}}$$

Ordre de grandeur pour :

$$a = 0.5 \text{ nm}$$

$$W = 4.3 \text{ eV (zinc)}$$

$$\Rightarrow \Delta x = 0.2 \text{ nm}$$

- Résolution longitudinale (topographique)

Résolution

Modèle de Tersoff et D.R. Hamann de la jonction tunnel pointe-plan.

- **Résolution transversale:**

$$\Delta x = \sqrt{\frac{a \ln(2)}{k(W)}}$$

Ordre de grandeur pour :

$$a = 0.5 \text{ nm}$$

$$W = 4.3 \text{ eV (zinc)}$$

$$\Rightarrow \Delta x = 0.2 \text{ nm}$$

- **Résolution longitudinale (topographique)**

Appareil apte à distinguer des variations relatives finies (de l'ordre du pour cent).

$$I = CU \frac{k}{a} \exp(-2ka)$$

Résolution

Modèle de Tersoff et D.R. Hamann de la jonction tunnel pointe-plan.

- **Résolution transversale:**

$$\Delta x = \sqrt{\frac{a \ln(2)}{k(W)}}$$

Ordre de grandeur pour :

$$a = 0.5 \text{ nm}$$

$$\Rightarrow \Delta x = 0.2 \text{ nm}$$

$$W = 4.3 \text{ eV (zinc)}$$

- **Résolution longitudinale (topographique)**

Appareil apte à distinguer des variations relatives finies (de l'ordre du pour cent).

$$I = CU \frac{k}{a} \exp(-2ka)$$

$$\Delta I / I = 0.02$$

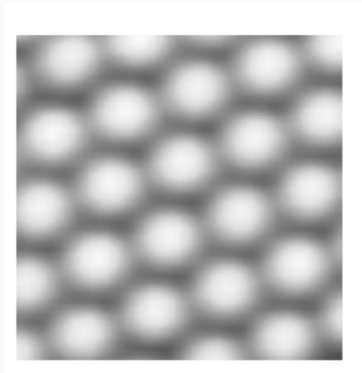
$$\Rightarrow \Delta a \approx 1 \text{ pm}$$

$$\Delta a \approx 1/2 \sqrt{\frac{\hbar^2}{2mW}} \frac{\Delta I}{I}$$

$$W = 4.3 \text{ eV (zinc)}$$

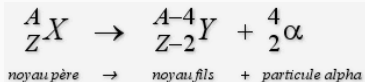
Microscope à effet tunnel

Atomes de silicium à la surface d'un cristal de carbure de silicium (SiC). Image obtenue à l'aide d'un Microscope à effet tunnel.



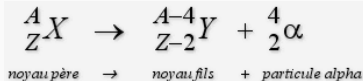
Radioactivité α : résultats expérimentaux

La désintégration alpha peut être vue comme une forme de fission nucléaire:



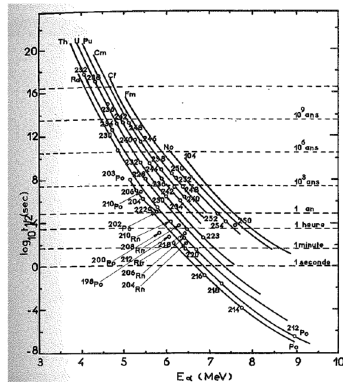
Radioactivité α : résultats expérimentaux

La désintégration alpha peut être vue comme une forme de fission nucléaire:



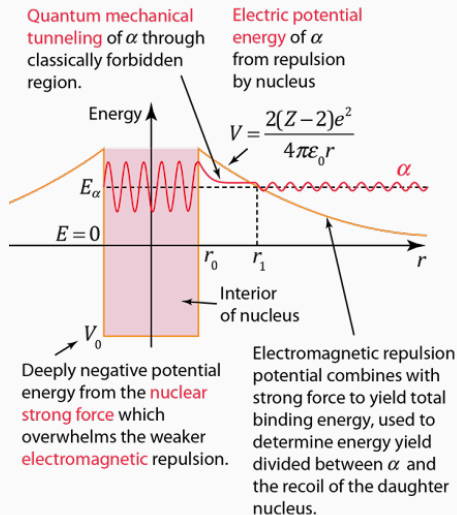
Loi phénoménologique Geiger-Nuttall (1911)

$$\ln(\tau_{1/2}) = a + \frac{b}{\sqrt{E}}$$



Radioactivité α : Théorie de Gamow

La particule α préexiste dans le noyaux mais elle est confinée.



Radioactivité α : grandes lignes du calcul de Gamow

- On décompose la barrière coulombien en petite barrières rectangulaires d'épaisseur dr suffisamment grande (approximation de barrière épaisse).

Radioactivité α : grandes lignes du calcul de Gamow

- On décompose la barrière coulombien en petite barrières rectangulaires d'épaisseur dr suffisamment grande (approximation de barrière épaisse).
- On calcule le coefficient de transmission $T = \prod_i T_i$ (T_i de chaque barrière).

$$\ln(T) = a' - \frac{b}{\sqrt{E}}$$

Radioactivité α : grandes lignes du calcul de Gamow

- On décompose la barrière coulombien en petite barrières rectangulaires d'épaisseur dr suffisamment grande (approximation de barrière épaisse).
- On calcule le coefficient de transmission $T = \prod_i T_i$ (T_i de chaque barrière).

$$\ln(T) = a' - \frac{b}{\sqrt{E}}$$

- La particule α oscille entre les bords du puits à une vitesse $v = \sqrt{2E/m}$.

Radioactivité α : grandes lignes du calcul de Gamow

- On décompose la barrière coulombien en petite barrières rectangulaires d'épaisseur dr suffisamment grande (approximation de barrière épaisse).
- On calcule le coefficient de transmission $T = \prod_i T_i$ (T_i de chaque barrière).

$$\ln(T) = a' - \frac{b}{\sqrt{E}}$$

- La particule α oscille entre les bords du puits à une vitesse $v = \sqrt{2E/m}$.
- On calcule la probabilité de franchir la barrière P_{tunnel} en un intervalle dt :

$$P_{tunnel} \approx T f dt \quad \text{avec} \quad f = v/(2r_0) \quad \text{fréquence des chocs}$$

Radioactivité α : grandes lignes du calcul de Gamow

- On décompose la barrière coulombien en petite barrières rectangulaires d'épaisseur dr suffisamment grande (approximation de barrière épaisse).
- On calcule le coefficient de transmission $T = \prod_i T_i$ (T_i de chaque barrière).

$$\ln(T) = a' - \frac{b}{\sqrt{E}}$$

- La particule α oscille entre les bords du puits à une vitesse $v = \sqrt{2E/m}$.
- On calcule la probabilité de franchir la barrière P_{tunnel} en un intervalle dt :

$$P_{tunnel} \approx T f dt \quad \text{avec} \quad f = v/(2r_0) \quad \text{fréquence des chocs}$$

- Pour N noyaux on obtient une loi de désintégration:

$$\frac{dN}{dt} = -NfT$$

Radioactivité α : grandes lignes du calcul de Gamow

- On décompose la barrière coulombien en petite barrières rectangulaires d'épaisseur dr suffisamment grande (approximation de barrière épaisse).
- On calcule le coefficient de transmission $T = \prod_i T_i$ (T_i de chaque barrière).

$$\ln(T) = a' - \frac{b}{\sqrt{E}}$$

- La particule α oscille entre les bords du puits à une vitesse $v = \sqrt{2E/m}$.
- On calcule la probabilité de franchir la barrière P_{tunnel} en un intervalle dt :

$$P_{\text{tunnel}} \approx T f dt \quad \text{avec} \quad f = v/(2r_0) \quad \text{fréquence des chocs}$$

- Pour N noyaux on obtient une loi de désintégration:

$$\frac{dN}{dt} = -NfT$$

- On peut donc calculer le temps de demi-vie $\tau_{1/2}$

$$\tau_{1/2} = \frac{\ln(2)}{fT} \implies \text{loi phénoménologique Geiger-Nutall}$$

Radioactivité α : Prédiction de théorie de Gamow

Courbe comparant la théorie de Gamow (1928) et les résultats expérimentaux.

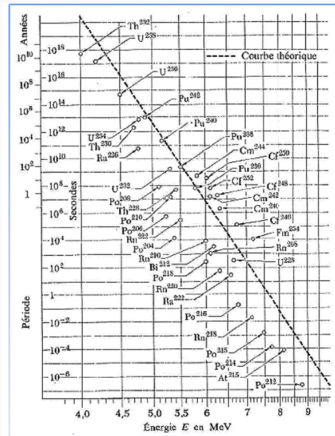


Figure 1: Ordonnée en échelle log, abscisse en échelle racine

Résumé et conclusions

- Analogie effet tunnel et effet peau en optique

Résumé et conclusions

- Analogie effet tunnel et effet peau en optique
- Effet tunnel quantique:
possibilité de "tunneler" $\longrightarrow$ description ondulatoire des particules

Résumé et conclusions

- Analogie effet tunnel et effet peau en optique
- Effet tunnel quantique:
possibilité de "tunneler" $\longrightarrow$ description ondulatoire des particules
- Applications: microscope effet tunnel et radioactivité α